

MR4403131 [54H11](#) [54C55](#) [55R15](#) [57S20](#) [58A35](#)

Khan, Qayum (1-IN)

Cardinal-indexed classifying spaces for families of subgroups of any topological group. (English summary)

Topology Appl. **311** (2022), Paper No. 107965, 24 pp.

The paper under review is devoted to studying the uncountable version of constructing classifying spaces for arbitrary topological groups. The author considers the uncountable version of joins and uses Segal's modification of a construction by Gelfand and Fuks of principal bundles. In this way existence and uniqueness results are obtained in the non-countable (cardinal-indexed) case for classifying spaces (Theorems 2.1 and 4.7). Namely, any G -space approximately covered by tubes (a generalization of local trivialization) is the pullback of a universal space indexed by the orbit types of tubes and cardinality of the cover. For G a Lie group, via a metric model the author generalizes the corresponding uniqueness theorem by Palais (1960) and Bredon (1972) for compact G . Namely, the G -homeomorphism types of proper G -spaces over a metric space correspond to stratified-homotopy classes of orbit classifying maps. *Sergey A. Antonyan*

References

1. H. Abels, A universal proper G -space, *Math. Z.* 159 (2) (1978) 143–158, <https://doi.org/10.1007/BF01214487>. [MR0501039](#)
2. S.M. Ageev, Универсальные G -пространства Пале и изовариантные абсолютные экстензоры, *Математический Сборник* 203 (6) (2012) 3–34, <https://doi.org/10.1070/SM1989v063n02ABEH003290>.
3. П. Александров, Дискрете Рауме, *Математический Сборник* 2 (44) (1937) 501–519.
4. П.С. Александров, Х. Хопф, *Топологии, Грундлехрен дер Матхематисчен Шиссенсчафтен*, вол. 45, Спрингер, Берлин, 1935.
5. Н. Антонян, С. Антонян, Л. Родригuez-Медина, Линеаризатион оф пропер групп актионс, *Топол. Апл.* 156 (11) (2009) 1946–1956, <https://doi.org/10.1016/j.topol.2009.03.016>. [MR2536176](#)
6. Н. Антонян, С. Антонян, Р. Варела-Веласцо, Универсал G -спасес фор пропер актионс оф локаллы компакт группс, *Топол. Апл.* 159 (4) (2012) 1159–1168, <https://doi.org/10.1016/j.topol.2011.11.036>. [MR2876722](#)
7. С. Антонян, Эквивариантное обобщение теоремы Дугунджи, *Математические Заметки* 38 (4) (1985) 608–616, <https://doi.org/10.1007/BF01158413>.
8. С. Антонян, Ечуивариант ембеддингс инто G -АРс, *Глас. Мат. Сер. ИИИ* 22 (2) (1987) 503–533. [MR0957632](#)
9. С. Антонян, Ештенсориал пропертиес оф орбит спасес оф пропер групп актионс, *Топол. Апл.* 98 (1–3) (1999) 35–46, [https://doi.org/10.1016/S0166-8641\(99\)00039-5](https://doi.org/10.1016/S0166-8641(99)00039-5). [MR1719992](#)
10. С. Антонян, Орбит спасес анд унионс оф ечуивариант абсолюте неигхборход ештенсорс, *Топол. Апл.* 146/147 (2005) 289–315, <https://doi.org/10.1016/j.topol.2003.05.004>. [MR2107153](#)
11. С. Антонян, С. де Неймет, Инвариант псеудометрицс он Палаис пропер G -спасес, *Ацта Матх. Хунг.* 98 (1–2) (2003) 59–69, <https://doi.org/10.1023/A>

1022853304454. [MR1958466](#)
12. Р. Аренс, Топологическое формальное гомеоморфизм групп, Ам. Ж. Матх. 68 (1946) 593–610, <https://doi.org/10.2307/2371787>. [MR0019916](#)
 13. Р. Аренс, Ж. Ееллс Жр, Он эмбединг униформ анд топологицал спадес, Пац. Ж. Матх. 6 (1956) 397–403. [MR0081458](#)
 14. Т.О. Банах, О топологии конструкции Милнора универсального G -расслоения, Сибирский Математический Журнал 33 (1) (1992) 16–25, <https://doi.org/10.1007/BF00972931>.
 15. П. Баум, А. Поннес, Н. Хигсон, Классифицирование пространств форм пропер действий анд K -теории оф групп C^* -алгебр, ин: C^* -Алгебрас 1943–1993, Сан Антонио, ТШ, 1993, ин: Понтемп. Матх., вол. 167, Амер. Матх. Соц., Провиденце, РИ, 1994, пп. 240–291. [MR1292018](#)
 16. Х. Биллер, Характеризация форм пропер действий, Матх. Проц. Цамб. Пхилос. Соц. 136 (2) (2004) 429–439, <https://doi.org/10.1017/S0305004103007217>. [MR2040583](#)
 17. А. Бјорнер, Пространство, регулярное пространство комплексов анд Брухат ордер, Еур. Ж. Цомб. 5 (1) (1984) 7–16, [https://doi.org/10.1016/S0195-6698\(84\)80012-8](https://doi.org/10.1016/S0195-6698(84)80012-8). [MR0746039](#)
 18. Н. Боурбаки, Структура топологического, теория (редакт) ед., Элементы де математического: Топология генерала, вол. И, Актуалитес Сци. Индустр. Б1142, Парис, 1961. [MR0141067](#)
 19. Н. Боурбаки, Енsembleс пространств ет еспадес локалемент пространств, секонд (редакт) ед., Элементы де математического: Еспадес векториелс топологического, вол. ИИ, Массон, Парис, 1981. [MR0203425](#)
 20. Г.Е. Бредон, Интродукция то Компакт Трансформация Групп, Пуре анд Аплиед Матхематикс, вол. 46, Академик Пресс, Нещ Ёорк анд Лондон, 1972. [MR0413144](#)
 21. Е. Партан, Ла теория дес групп финис ет континуус ет л'Анализис ситус, Мемориал дес Сциенцес Матхематического, вол. 42, Гаутхиер-Вилларс, Парис, 1930. [MR0058523](#)
 22. Е. Меч, Он компактное пространство, Анн. Матх. 38 (4) (1937) 823–844, <https://doi.org/10.2307/1968839>. [MR1503374](#)
 23. Н. Цианци, М. Оттина, Фибер бундлес овер Алешандрофф пространство, <https://arxiv.org/abs/1907.03614v2>, 2020.
 24. Р.Х. Прочелл, Инвертибле изотопия, Проц. Ам. Матх. Соц. 14 (1963) 658–664, <https://doi.org/10.2307/2034296>. [MR0181989](#)
 25. Т. том Диецк, Классификация номериербарер Бундел, Арч. Матх. (Басел) 17 (1966) 395–399, <https://doi.org/10.1007/BF01899618>. [MR0206960](#)
 26. Т. том Диецк, Орбитышен унд ачуварианте Хомология, И, Арч. Матх. (Басел) 23 (1972) 307–317, <https://doi.org/10.1007/BF01304886>. [MR0310919](#)
 27. Т. том Диецк, Трансформация Групп, Де Груутер Студиес ин Матхематикс, вол. 8, Шалтер де Груутер, Берлин, 1987. [MR0889050](#)
 28. А. Диеitze, М. Счапс, Детерминированная подгруппа оф а гивен фините индекс ин а финителы презентед групп, Цан. Ж. Матх. 26 (1974) 769–782, <https://doi.org/10.4153/CJM-1974-072-0>. [MR0407159](#)
 29. Ж. Диеудонне, Уне генерализация дес еспадес компакт, Ж. Матх. Пурес Апл. (9) 23 (1944) 65–76. [MR0013297](#)
 30. А. Долд, Партитион оф униты ин теория оф фибрации, Анн. Матх. 78 (1963) 223–255, <https://doi.org/10.2307/1970341>. [MR0155330](#)
 31. П. Дощкер, Он счетаблы паракомпактное пространство, Цан. Ж. Матх. 3 (1951) 219–224, <https://doi.org/10.4153/cjm-1951-026-2>. [MR0043446](#)

32. J. Дугунђи, Ан ештенсион оф Тиетзе'с тхеорем, Пац. J. Матх. 1 (1951) 353–367. [MR0044116](#)
33. П. Ехресманн, J. Фелдбау, Сур лес проприетес д'хомотопие дес еспацес фибрес, Ц. Р. Ацад. Сци. Парис 212 (1941) 945–948. [MR0004766](#)
34. А.Д. Елмендорф, Системс оф фишед поинт сец, Транс. Ам. Матх. Соц. 277 (1) (1983) 275–284, <https://doi.org/10.2307/1999356>. [MR0690052](#)
35. Р. Енгелкинг, Генерал Топологи, сеонд (ешпандел) ед., Сигма Сериес ин Пуре Матхематицс, вол. 6, Хелдерманн Верлаг, Берлин, 1989, Транслатед фром тхе Полиш. [MR1039321](#)
36. Р. Фош, Он топологиес фор функцион спацес, Булл. Ам. Матх. Соц. 51 (1945) 429–432, <https://doi.org/10.1090/S0002-9904-1945-08370-0>. [MR0012224](#)
37. М. Фречет, Сур ла нотион де воисинаге данс лес ансамблес абстраиц, Булл. Сци. Матх. 42 (1918) 138–156.
38. Р. Фрицч, М. Голасийски, Топологицал, симплициал анд категорицал јоинс, Арч. Матх. (Басел) 82 (5) (2004) 468–480, <https://doi.org/10.1007/s00013-003-0431-y>. [MR2061452](#)
39. И.М. Гелфанд, Д.Б. Фукс, О классицирующих пространствах для главных расслоений с хаусдорфовыми базами, Доклады Академии Наук ЦШСР 181 (3) (1968) 515–518.
40. М. Горескы, Р. МацПхерсон, Стратифиед Морсе Тхеоры, Ергебниссе дер Матхематик унд ихрер Грензгебиете (3), вол. 14, Спрингер-Верлаг, Берлин, 1988. [MR0932724](#)
41. Б.Ј. Гуиллоу, Ј.П. Маы, М. Мерлинг, Категорицал моделс фор ечуивариант классицифинг спацес, Алгебраиц Геом. Топол. 17 (5) (2017) 2565–2602, <https://doi.org/10.2140/agt.2017.17.2565>. [MR3704236](#)
42. Ш.Е. Хавер, Лоцаллы контрактибле спацес тхат аре абсолюте неигхборход ретраиц, Проц. Ам. Матх. Соц. 40 (1973) 280–284, <https://doi.org/10.2307/2038681>. [MR0331311](#)
43. К.Х. Хофманн, С.А. Моррис, Тхе Структуре оф Помпацт Группс, сеонд (аугментед) ед., Студиес ин Матхематицс, вол. 25, Шалтер де Грууитер, Берлин, 2006. [MR2261490](#)
44. П. Холм, Тхе мицробундле репрезентатион тхеорем, Ацта Матх. 117 (1967) 191–213, <https://doi.org/10.1007/BF02395045>. [MR0208618](#)
45. С.-Т. Ху, Тхеоры оф Ретраиц, Шаыне Стате Университы Пресс, Детроит, 1965. [MR0181977](#)
46. Ц.Б. Хугхес, Стратифиед патх спацес анд фибратионс, Проц. Р. Соц. Единб., Сецт. А 129 (2) (1999) 351–384, <https://doi.org/10.1017/S0308210500021405>. [MR1686706](#)
47. Д. Хусемоллер, Фибре Бундлес, МцГраиц-Хилл Бок Цо, НещЉорк-Лондон-Сыdney, 1966. [MR0229247](#)
48. И. Јамес, Г. Сегал, Он ечуивариант хомотопы тхеоры, ин: Топологиы Сымпозиум, Сиеген 1979, ин: Лецтуре Нотес ин Матх., вол. 788, Спрингер, 1980, шп. 316–330. [MR0585665](#)
49. Ч. Хан, Цоунтабле аппрошиматион оф топологицал G -манифолдс, ИИИ: арбитрары Лие группс Г, Н.Љ. J. Матх. 27 (2021) 1554–1579. [MR4340470](#)
50. А.Н. Колмогоров, Зур Нормиербаркеит еинес аллгемеинен топологицшен линеарен Раумес, Студ. Матх. 5 (1934) 29–33.
51. Р. Лашоф, Ечуивариант бундлес, Илл. J. Матх. 26 (2) (1982) 257–271. [MR0650393](#)
52. Р. Лашоф, Ј.П. Маы, Генерализед ечуивариант бундлес, Булл. Соц. Матх. Белг. А 38 (1986) 265–271. [MR0885537](#)

53. Р. Лашоф, М. Ротхенберг, G -смотхинг тхеоры, ин: Алгебраиц анд Геометриц Топологы, ин: Проц. Сымпос. Пуре Матх., вол. 32, Американ Матхематикал Социеты, Провиденце, 1978, шп. 211–266. [MR0520506](#)
54. С. Лефсчезтз, Топиц ин Топологы, Анналс оф Матхематицс Студиес, вол. 10, Принцетон Университы Пресс, Принцетон, 1942. [MR0007094](#)
55. Е. Линделёф, Сур чуелчует поинц де ла тхеорие дес ансамблес, Ц. Р. Ацад. Сци. Парис 137 (1904) 697–700.
56. Ш. Лүцк, Сурвеы он классифыинг спаес фор фамилиес оф субгрупс, ин: Инфините Группс: Геометриц, Комбинаториал анд Динамикал Аспецц, ин: Прогр. Матх., вол. 248, Бирхюсер, Басел, 2005, шп. 269–322. [MR2195456](#)
57. Ш. Лүцк, Б. Урибе, Ечуивариант принципал бундлес анд тхеир классифыинг спаес, Алгебраиц Геом. Топол. 14 (4) (2014) 1925–1995, <https://doi.org/10.2140/agt.2014.14.1925>. [MR3331607](#)
58. А.Т. Лунделл, С. Шеинграм, Тхе Топологы оф ЦЦ Цомплешес, Тхе Университы Сериес ин Хигхер Матхематицс, Ван Ностранд Рейнхолд Цо., Нещ Ёрк, 1969. [MR3822092](#)
59. Ј. Лурие, Хигхер Алгебра, <https://www.math.ias.edu/~lurie/papers/HA.pdf>, 2017.
60. С. МацЛане, Категориес фор тхе Шоркинг Матхематициан, Градуате Тешц ин Матхематицс, вол. 5, Спрингер-Верлаг, Нещ Ёрк-Берлин, 1971. [MR0354798](#)
61. М.Ц. МцЦорд, Сингулар хомологы группс анд хомотопы группс оф фините топологицал спаес, Дуке Матх. Ј. 33 (1966) 465–474. [MR0196744](#)
62. Е. Мичаел, А ноте он парацомпацт спаес, Проц. Ам. Матх. Соц. 4 (1953) 831–838, <https://doi.org/10.2307/2032419>. [MR0056905](#)
63. Ј.Ш. Милнор, Конструкцион оф универсал бундлес, ИИ, Анн. Матх. 63 (1956) 430–436, <https://doi.org/10.2307/1970012>. [MR0077932](#)
64. Ј.Ш. Милнор, Лецтурес он Чарацтеристиц Цлассес, Принцетон Университы, 1957, Нотес бы Јамес Сташефф. [MR0440554](#)
65. Ј.Ш. Милнор, Мицробундлес, Топологы 3 (с1) (1964) 53–80, [https://doi.org/10.1016/0040-9383\(64\)90005-9](https://doi.org/10.1016/0040-9383(64)90005-9). [MR0161346](#)
66. Ј.Ш. Милнор, Ј.Д. Сташефф, Чарацтеристиц Цлассес, Анналс оф Матхематицс Студиес, вол. 76, Принцетон Университы Пресс/Университы оф Токио Пресс, Принцетон, Н. Ј./Токио, 1974. [MR0440554](#)
67. Д. Монтгомеры, Л. Зишпин, Топологицал Трансформацион Группс, Интерсиенце Публишерс, Нещ Ёрк-Лондон, 1955. [MR0073104](#)
68. Ј.Р. Мункрес, Топологы, Прентице Халл, Ушпер Саддле Ривер, 2000. [MR3728284](#)
69. Р.С. Палаис, Тхе Цлассификацион оф G -Спаес, Мемоирс оф тхе АМС, вол. 36, Американ Матхематикал Социеты, Провиденце, 1960. [MR0177401](#)
70. Р.С. Палаис, Он тхе ешистенце оф слицес фор ационс оф нон-цомпацт Лие группс, Анн. Матх. 73 (1961) 295–323, <https://doi.org/10.2307/1970335>. [MR0126506](#)
71. Л.С. Понтрягин, Непрерывные Группы, сецонд (ешпанед) ед., Государственное Издательство Техничко-Теоретической Литературы, Мосцоц, 1954. [MR0767087](#)
72. Г. Сегал, Классифицирующее пространство топологической группы в смысле Гельфанда-Фукса, Функциольный Анализ и его Приложения 9 (2) (1975) 48–50, <https://doi.org/10.1007/BF01075450>.
73. Ш. Сиерпицки, Генерал Топологы, сецонд (рецаст) ед., Матхематикал Ешпоситионс, вол. 7, Университы оф Торонто Пресс, Торонто, 1952,

- Транслатед фром тхе Полиш. [MR0050870](#)
74. Л.А. Стеен, Ј.А. Сеебач Јр, *Поунтерешамплес ин Топологи, сецонд (корректед) ед.*, Спрингер Верлаг, Нещ Ёорк анд Хеиделберг, 1978. [MR0507446](#)
 75. Н.Е. Стеенрод, *Тхе Топологи оф Фибре Бундлес*, Принцетон Матхематикал Серисес, вол. 14, Принцетон Университи Пресс, Принцетон, 1951. [MR0039258](#)
 76. Н.Е. Стеенрод, *А цонвениент цатегори оф топологицал спаетес*, Мич. Матх. Ј. 14 (1967) 133–152. [MR0210075](#)
 77. А.Х. Стоне, *Парацомпацтнесс анд продуцт спаетес*, Булл. Ам. Матх. Соц. 54 (1948) 977–982, <https://doi.org/10.1090/S0002-9904-1948-09118-2>. [MR0026802](#)
 78. Х. Тиетзе, *Ўбер Функционен, дие ауф еинер абгесчлоссенен Менге стетиг синд*, Ј. Реине Ангеш. Матх. 145 (1915) 9–14, <https://doi.org/10.1515/crll.1915.145.9>. [MR1580909](#)
 79. А.Н. Тихонов, *Ўбер дие топологисче Ершеитерунг вон Рәумен*, Матх. Анн. 102 (1) (1930) 544–561, <https://doi.org/10.1007/BF01782364>. [MR1512595](#)
 80. П. Урысохн, *Ўбер дие Мächtigkeit дер зусамменхәнгенден Менген*, Матх. Анн. 94 (1) (1925) 262–295, <https://doi.org/10.1007/BF01208659>. [MR1512258](#)
 81. С. Шеинбергер, *Тхе Топологицал Цлассифицатион оф Стратициед Спаетес*, Чицаго Лецтурес ин Матхематикс, Университи оф Чицаго Пресс, Чицаго, 1994. [MR1308714](#)
 82. Ј.Х.П. Шхитехеад, *Симплициал спаетес, нуцлеи анд m -группс*, Проц. Лонд. Матх. Соц. 45 (4) (1939) 243–327, <https://doi.org/10.1112/plms/s2-45.1.243>. [MR1576810](#)
 83. Л.-Л. Жанг, С. Антонян, Н. Антонян, *Универсал G -спаетес фор пропер фрее ацтионс*, Топол. Апл. 264 (2019) 336–351, <https://doi.org/10.1016/j.topol.2019.06.034>. [MR3975755](#)

Note: This list reflects references listed in the original paper as accurately as possible with no attempt to correct errors.